近似法による連続系を離散値化した場合の特性の違い

1 次ホールドによる離散値化の場合

$s=\dfrac{1-z^{-1}}{T}$ とした場合、

$z=e^{-j\omega T}$ より

$$s=\frac{1-e^{j\omega_D T}}{T}$$

$$j\omega_A=\frac{1-e^{j\omega_D T}}{T}$$

$$e^{j\omega_D T}=1-j\omega_A T$$

離散値化した場合との違いは，　ω_A ：アナログフィルタの伝達関数の角周波数、ω_D ：ディジタルフィルタの伝達関数の角周波数とすると，

$$j\omega_D T=\log(1-j\omega_A T)$$

の関係があり厳密には，連続系と離散系では異なる特性となる．

双一次変換による離散値の場合

s から z に変換するとき、この変換が簡単でかつ、たいていの場合に適用できるためよく使われる．双一次変換は、以下の式で定義される。

$$s=\frac{2}{T}\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$$

これにより、ラプラス変換で表された s 平面の伝達関数をディジタル信号の z 平面に写像する。変換法は、下のアナログフィルタの伝達関数H（s）の s に上式を機械的に代入するだけで計算できる。複素周波数特性は、 $z=e^{-j\omega T}$ なので、

$$s=\frac{2}{T}\frac{1-e^{-j\omega_D T}}{1+e^{-j\omega_D T}}=\frac{2}{T}\frac{e^{\frac{j\omega_D T}{2}}-e^{-\frac{j\omega_D T}{2}}}{e^{\frac{j\omega_D T}{2}}+e^{-\frac{j\omega_D T}{2}}}=\frac{2}{T}j\tan\frac{\omega_D T}{2}$$

となる。ただし、ω_A ：アナログフィルタの伝達関数の角周波数、 ω_D ：ディジタルフィルタの伝達関数の角周波数であり，ここに $s=j\omega_A$ を代入すると、

アナログフィルタの伝達関数の角周波数とディジタルフィルタの伝達関数の角周波数は、

$$\omega_A=\frac{2}{T}\tan\frac{\omega_D T}{2}$$

を得る。つまり、双一次変換でも、アナログフィルタの伝達関数の角周波数とディジタルフィルタの伝達関数の角周波数は、一致しないということを意味している。また、双一次変換で変換したフィルタのカットオフ周波数は、tan カーブで変化し、高い周波数になるほど、元のアナログフィルタの減衰特性と異なる。